

ESTRATTO

Samuele Maschio

# Tecniche dimostrative

La logica incontra la matematica

# Indice

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Prefazione</b>   | <b>8</b>  |
| <b>1 Elementi di logica</b>                               | <b>13</b> |
| 1.1 Proposizioni . . . . .                                | 13        |
| 1.2 Connettivi . . . . .                                  | 14        |
| 1.2.1 La congiunzione . . . . .                           | 15        |
| 1.2.2 La negazione . . . . .                              | 15        |
| 1.2.3 La disgiunzione . . . . .                           | 16        |
| 1.2.4 L'implicazione . . . . .                            | 16        |
| 1.2.5 La coimplicazione . . . . .                         | 17        |
| 1.2.6 Equivalenze utili e tautologie . . . . .            | 17        |
| 1.3 Quantificatori . . . . .                              | 22        |
| 1.3.1 Il quantificatore esistenziale . . . . .            | 22        |
| 1.3.2 Il quantificatore universale . . . . .              | 23        |
| 1.3.3 Alcuni fatti utili . . . . .                        | 24        |
| 1.4 Saper negare . . . . .                                | 27        |
| 1.5 Schemi riassuntivi . . . . .                          | 31        |
| <b>2 Tecniche dimostrative generali</b>                   | <b>33</b> |
| 2.1 Dimostrazioni . . . . .                               | 33        |
| 2.1.1 Forma logica dell'enunciato di un teorema . . . . . | 33        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 2.1.2    | Fatti noti . . . . .  | 34         |
| 2.2      | Dimostrazioni dirette . . . . .                                     | 35         |
| 2.2.1    | Congiunzione . . . . .  | 36         |
| 2.2.2    | Disgiunzione . . . . .  | 36         |
| 2.2.3    | Esistenziale . . . . .  | 37         |
| 2.2.4    | Negazione . . . . .   | 38         |
| 2.2.5    | Universale e Implicazione . . . . .                                 | 39         |
| 2.2.6    | Proposizioni specifiche . . . . .                                   | 39         |
| 2.3      | Dimostrazione contronominale . . . . .                              | 41         |
| 2.4      | Dimostrazione per casi . . . . .                                    | 45         |
| 2.5      | Dimostrazione per assurdo . . . . .                                 | 49         |
| 2.6      | WLOG . . . . .  | 53         |
| 2.7      | Lemmi . . . . .   | 54         |
| 2.8      | Schemi riassuntivi . . . . .  | 54         |
| <b>3</b> | <b>Principi di induzione</b>  | <b>57</b>  |
| 3.1      | Principio di induzione standard . . . . .                           | 57         |
| 3.2      | Il principio del minimo e il principio di induzione forte . . . . . | 63         |
| 3.3      | Variazioni sul tema . . . . .                                       | 66         |
| 3.4      | Sfruttare la struttura moltiplicativa di $\mathbb{N}$ . . . . .     | 70         |
| 3.5      | Induzione e funzioni numeriche . . . . .                            | 72         |
| 3.5.1    | Il caso dei grafi . . . . .   | 73         |
| 3.5.2    | Il caso delle liste finite . . . . .                                | 76         |
| 3.6      | Induzione su più parametri . . . . .                                | 77         |
| 3.7      | Riepilogo delle induzioni su un parametro . . . . .                 | 84         |
| <b>4</b> | <b>Soluzioni</b>  | <b>85</b>  |
| <b>A</b> | <b>Tutte le strade portano a Roma</b>                               | <b>109</b> |
| <b>B</b> | <b>Cavalieri e furfanti.</b>  | <b>111</b> |
| <b>C</b> | <b>Alcuni consigli pratici.</b>                                     | <b>117</b> |
|          | <b>Bibliografia</b>   | <b>120</b> |