ESTRATTO

Sandro Campigotto, Paolo Dall'Aglio

Giocare con la matematica e il problem solving

Gare a squadre di PhiQuadro



1. Pinocchio

- C'era una volta...
- Un re! diranno subito i miei piccoli lettori.
- No, ragazzi, avete sbagliato. C'era una volta un pezzo di legno.

Non era un legno di lusso, ma un semplice pezzo da catasta, di quelli che d'inverno si mettono nelle stufe e nei caminetti per accendere il fuoco e per riscaldare le stanze.

Gara del 5 dicembre 2012. Hanno collaborato: Stelvio Andreatta, Salvatore Damantino, Enrico Munini, Anna Maria Rescio

Problema 1.1. La casa di Geppetto

La nostra storia inizia con un grillo, anzi un Grillo Parlante, che da una finestra guarda dentro la casa di un flegname. «Mi avvicinai al davanzale, dentro c'era un bel fuoco ma nessuno a goderselo. Allora mi decisi ed entrai. Mentre mi scaldavo — uhm uhm — la schiena, osservavo gli interni. Sono certo che nessuno abbia mai visto un posto simile! Vi erano gli orologi più fantastici che possiate immaginare e delle deliziose scatole musicali, dei veri capolavori! E poi dei bellissimi di giocattoli in legno, 9 colorati di verde e 15 di azzurro. La metà dei giocattoli non erano ancora ultimati. Beh, mi viene spontaneo chiedervi: quanti erano al minimo i giocattoli azzurri da ultimare? In ogni caso però, quello che mi colpì più di ogni cosa fu un curioso omettino di legno...»

Problema 1.2. Pinocchio

«Ah, un po' di buona volontà, due tocchi di pennello e si può dir finito...» Geppetto, accompagnato da un gattino nero, si diresse verso il burattino e iniziò a dipingerlo. «Io credo che vada proprio bene! Che ne dici Figaro? E sai come ho deciso di chiamarlo? Pinocchio!»

Al gattino non piacque molto il nome, ma Geppetto continuò: «Sai quanto sono lunghi ogni braccio e ogni gamba di Pinocchio? Beh, la somma delle due misure è 96 cm e il rapporto è $\frac{5}{7}$ ». Il gattino lo guardò sbigottito e Geppetto, ridendo, gli disse le misure in ordine crescente.

Problema 1.3. La stella dei desideri

Gli orologi a cucù rintoccarono le nove. Geppetto augurò la buonanotte al gattino e alla pesciolina Cleo e si mise a letto. Mentre fumava la pipa, guardando Pinocchio illuminato dalla tiepida luce di una candela, disse: «Come sarebbe bello se fosse un bambino vero!».

Si accorse allora che in cielo brillava la stella dei desideri e si rivolse a lei pregando: «Stellina fatata con 6 punte a forma di triangolo equilatero di lato 10, che brilli nel ciel, qual è la tua area? Fai in modo che il sogno si avveri». Quindi si addormentò.

Problema 1.4. La fata turchina

Improvvisamente apparve la fata turchina e disse: «Buon Geppetto, tu hai dato tanta gioia agli altri che meriti che il tuo desiderio si avveri!». La fatina toccò Pinocchio con la bacchetta magica... «Destati, o legno inanimato, perché la vita io ti ho donato.» Pinocchio iniziò allora a muoversi e parlare, ma era mezzo bambino e mezzo burattino... «Che il desiderio si avveri interamente dipenderà solo da te. Dimostrati bravo, coraggioso, disinteressato e impara a distinguere il bene dal male. Comincia col calcolare qual è la 2013-esima cifra dopo la virgola di 20 : 13 e un giorno sarai un bambino vero!»

Problema 1.5. La coscienza di Pinocchio

La fatina disse a Pinocchio che la sua coscienza l'avrebbe guidato nel diventare un bambino vero. «La coscienza è quella vocettina interna che la gente ascolta così di rado. Per questo il mondo va così male oggi.»

E poi, rivolgendosi al grillo, «Ti piacerebbe essere la coscienza di Pinocchio? Per diventarlo devi dirmi quanti sono i numeri interi positivi di due cifre tali che la differenza tra il numero stesso e quello che si ottiene scambiando l'ordine delle cifre sia un numero dispari». Dal momento in cui riuscì a rispondere, il grillo diventò la coscienza di Pinocchio e la fatina sparì.

Problema 1.6. Pinocchio va a scuola

Al risveglio Geppetto, stracolmo di felicità, non credeva ai propri occhi! Pinocchio era un bambino "quasi" vero! E per questo doveva andare a scuola per imparare, come tutti gli altri bambini.

Il mattino seguente lo vestì, gli diede una mela per il maestro e un abbecedario. Pinocchio, incuriosito, lo aprì e si trovò davanti un disegno accompagnato da un testo: «In un triangolo rettangolo avente un angolo di 30°, la mediana relativa all'ipotenusa misura 30 m. Quanto vale il perimetro del triangolo?».

Tutto contento si incamminò verso scuola seguito dal grillo parlante...

Problema 1.7. Il gatto e la volpe

«Ascolta l'allegro chiacchierio degli innocenti fanciulli. Piccole menti ansiose di dissetarsi alla fonte del sapere», disse la volpe passeggiando lungo la via che conduceva alla scuola. «Amico mio, la scuola è una nobile istituzione! Cosa sarebbe il mondo senza di essa!»

D'un tratto i due si imbatterono in un manifesto di Stromboli, detto Mangiafuoco, da quelle parti ad allestire spettacoli di marionette. Alla volpe venne allora in mente la volta in cui insieme al gatto provarono a spillargli furbescamente dei soldi chiedendogli quanti fossero i numeri palindromi positivi di cinque cifre tali che la somma delle cifre fosse uguale a 6. «Quasi quasi gliela facevamo a quel vecchio imbroglione!»

In quel momento passò Pinocchio e i due, vedendolo, fiutarono subito un facile guadagno...

Problema 1.8. Lo spettacolo di Mangiafuoco

«Ragazzo mio, tu non sai che ci sono vie più facili della scuola verso il successo! Parlo del teatro: luci splendenti, musica, applausi, fama! E con quella personalità e quel fisico, tu sei proprio un attore nato!» Bastò poco alla volpe per convincere Pinocchio a non andare a scuola e condurlo da Mangiafuoco.

Così si ritrovò sul palco insieme alle altre marionette e davanti ad un pubblico di n persone, essendo n il prodotto di 300 per la frazione (ridotta ai minimi termini) che diventa il triplo quando si somma il denominatore al numeratore e al denominatore. Quante persone hanno assistito allo spettacolo facendo guadagnare tanti soldi a Mangiafuoco?

Problema 1.9. Pinocchio catturato da Mangiafuoco

All'interno del proprio carro, Mangiafuoco rideva e cantava dopo lo spettacolo. «Bravo Pinocchio! Sei una rivelazione! Hai visto quanti soldi mi hai fatto guadagnare?» Pinocchio era seduto sul tavolo stracolmo di monete, ne prese allora 3 da un balocco, 6 da cinquanta centesimi, 10 da venti centesimi e 10 da dieci centesimi e nell'euforia generale disse a Mangiafuoco: «In quanti modi diversi puoi ottenere 3 balocchi usando alcune di queste monete?».

Si rese conto poi che era il momento di tornare a casa, ma l'avido Mangiafuoco lo catturò e lo rinchiuse in una gabbia. «Questa è la tua casa, tu appartieni a me! Gireremo il mondo e guadagneremo un sacco di soldi!» Così, mentre Pinocchio piangeva, il carro si muoveva alla volta di nuovi guadagni...

Problema 1.10. Geppetto in cerca di Pinocchio

Disperato per il mancato ritorno di Pinocchio da scuola, Geppetto si incamminò sotto la pioggia alla ricerca del burattino. Vagando per le vie del paesello incrociò un carro, ignaro del fatto che all'interno ci fosse il figliolo. Da quel momento il carro proseguì verso est alla velocità di 12 km/h e Geppetto si incamminò verso nord alla velocità di 5 km/h. Dopo quanti minuti la distanza in linea d'aria tra Geppetto e il carro raggiunse i 39 km?

Problema 1.11. Quante bugie!

Pinocchio piangeva e invocava aiuto. Il grillo parlante raggiunse il carro e saltò dentro, tentando invano di aprire il lucchetto che teneva chiusa la gabbia. All'improvviso comparve la fata turchina e disse: «Pinocchio, perché non sei andato a scuola?». «Stavo andando a scuola – rispose Pinocchio – ma ho incontrato due brutti mostri che hanno rinchiuso me in un sacco e il grillo in un sacco più piccolo e poi ci hanno gettato nel fuoco...»

Mentre raccontava le bugie, Pinocchio si accorse che il suo naso si allungava ad ogni bugia del 20% rispetto alla lunghezza precedente. Dopo la quarta bugia si pentì e chiese scusa alla fatina, che con un colpo di bacchetta magica restituì al naso la lunghezza originaria. Di quanto era aumentato, in percentuale, il naso di Pinocchio??

Problema 1.12. Pinocchio torna a casa

Fuggito dalle grinfie del cattivo Mangiafuoco con l'aiuto della fata turchina, Pinocchio tornò a casa in compagnia del grillo parlante con l'intento di non dire più

bugie e andare sempre a scuola! Salì tutti e 8 i gradini che portavano all'uscio di casa e notò che il grillo saliva di 1 o 2 gradini ogni salto e pensò: «Chissà in quanti modi diversi può raggiungermi...».

Scrutando poi dalla finestra si accorse che in casa non v'era nessuno.

Problema 1.13. Il perfido Postiglione

Al tavolo di un'osteria, il gatto e la volpe ascoltavano la proposta del perfido Postiglione: «Che ne direste di guadagnare una bella somma aiutandomi nella raccolta di ragazzi svogliati, disubbidienti, che non vogliono andare a scuola così da portarli nel Paese dei Balocchi?». I due amici avevano sentito parlare di quel posto ma non sapevano dove si trovasse.

Postiglione disse loro: «Il Paese dei Balocchi è uno degli unici quattro paesi allineati sulla mappa del mondo. Non vi dico qual è: può essere il paese A, il paese B, C oppure D; vi dico solamente che A e B distano 13 km, B e C distano 11 km, C e D 14 km ed infine A e D 12 km». Il gatto e la volpe decisero allora che, procurati i bambini, sarebbero andati a visitarlo. Quanti chilometri avrebbero dovuto percorrere al massimo nel caso in cui fossero giunti nel paese sbagliato e li avessero attraversati tutti prima di giungere in quello giusto?

Problema 1.14. Ancora guai per Pinocchio!

Per le vie del paese alla ricerca del babbo, Pinocchio venne fermato per la seconda volta dal gatto e dalla volpe. «Ragazzo mio, ti vedo molto sciupato. Hai bisogno di riposo e divertimento. Conosco un bellissimo posto che potrebbe fare al caso tuo: il Paese dei Balocchi. Ti do il mio biglietto per andarci, la corriera parte a mezzanotte...» E fu così che Pinocchio e il grillo si ritrovarono seduti accanto ad un bambino di nome Lucignolo, su un carro strapieno di bambini guidato dal malvagio Postiglione. A Pinocchio venne in mente di chiedere al nuovo amico l'età del conducente. Lucignolo rispose: «So che Postiglione ha tre nipotine, Adele, Bice e Claretta di 17, 16 e 4 anni rispettivamente. Per ottenere la sua età, che è un multiplo di quella di Claretta, occorre un multiplo dell'età di Adele più l'età di Bice». «Chissà quanti anni avrà!», esclamò Pinocchio, «Sicuramente meno di 100», disse Lucignolo.

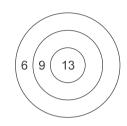
Problema 1.15. Il Paese dei Balocchi

«È un bellissimo posto, niente scuola né maestri, non si studia mai e nessuno ti scoccia. E ci sono dolci dappertutto... puoi rimpinzarti di tutto a sbafo, una vera cuccagna! Non vedo l'ora d'esserci...» Lucignolo lo descriveva così a Pinocchio «giostre, vetri da infrangere, caramelle, dolci, scazzottate, bugie, nulla è vietato in quel posto!».

Appena giunti, entrarono in una sala con un enorme tavolo, attorno al quale erano seduti 102 bambini che si raccontavano delle strane storie. Di essi, alcuni dicevano sempre la verità, altri sempre bugie. Pinocchio sentì ciascuno di loro dire: «Vicino a me sono seduti un bambino bugiardo e un bambino sincero». «Chissà quanti hanno detto la verità», chiese Pinocchio. «Adesso lo chiedo a uno di loro che conosco e so che dice sempre il vero», disse Lucignolo.

Problema 1.16. Quanti somarelli!

Tra fiumi di succo di frutta e caramelle, Pinocchio e Lucignolo giocavano allegramente a freccette, ignari del fatto che tutti gli altri bambini iniziavano a trasformarsi in ciuchini. Sul bersaglio la zona centrale valeva 13 punti, quella intermedia 9 punti e quella esterna 6 punti.



Il grillo parlante cercava invano di convincere Pinocchio ad andare via da quel posto. «Lucignolo dice che si vive

una volta sola!», disse Pinocchio. «Visto che il tuo amico è così bravo – replicò il grillo – saprà anche dirmi qual è la massima somma impossibile da ottenere lanciando quante si vogliano freccette.» Ed ecco che anche i due bambini iniziarono a trasformarsi in raglianti asinelli...

Problema 1.17. Alla ricerca di Geppetto

Fuggiti dal Paese dei Balocchi, Pinocchio, a cui erano cresciute coda e orecchie da asinello, e il grillo andarono in cerca del papà, ma non sapevano né come fare né dove cercarlo, quando all'improvviso sopraggiunse una colomba fatata che lasciò cadere un biglietto argentato: «Mentre ti cercava affannosamente, il tuo papà è stato inghiottito da una balena. È ancora vivo e si trova nella sua pancia in fondo al mare. Per ritrovarlo dovrai individuare le esatte coordinate (x,y) del punto in cui si trova la balena sapendo che x è la differenza tra il denominatore e il numeratore della frazione $\frac{40!}{(40!+39!)}$ ridotta ai minimi termini¹ e y è il ventesimo termine della successione 1, 2, 5, 10, 17, 26, 37, . . . ». Pinocchio si avventurò subito per mare. . . Dare come risposta i numeri x e y scritti uno accanto all'altro.

Problema 1.18. Nella pancia della balena

«Eh, quanti giorni senza mangiare! Non potremo ancora resistere per molto. Non avrei mai creduto che sarebbe finita così, Figaro... Morire di fame nella pancia di una balena!» Così diceva sconsolato il buon Geppetto quando all'improvviso la balena aprì la bocca e inghiottì una enorme quantità di tonni. Rincuorato, Geppetto

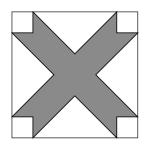
¹Ricordiamo che $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n$.

iniziò a catturarli. Alla fine si accorse di averne presi tanti quanti sono gli anagrammi della parola TONNI. Ma non si accorse di aver pescato anche il figliolo Pinocchio...

Problema 1.19. Fuga verso casa

Geppetto e Pinocchio si erano ritrovati! Per poter fuggire avrebbero dovuto aspettare che la balena aprisse la bocca... «La balena apre la bocca solo per mangiare e allora tutto può entrare e niente può uscire», disse Geppetto al figliolo.

A Pinocchio venne in mente di far starnutire la balena. Accatastarono della legna e le diedero fuoco. Gli starnuti prodotti dal fumo spinsero fuori dalla pancia della balena



i due a bordo di una zattera che Geppetto aveva costruito. Sulla vela della zattera era disegnato un quadrato di lato 60 cm, all'interno del quale vi era uno strano simbolo a forma di X. Qual era l'area del simbolo in centimetri quadrati sapendo che ognuno dei quattro quadrati d'angolo aveva area $100~\rm cm^2$? Il vento gonfiò la vela e li mise in salvo...

Problema 1.20. Pinocchio diventa un bambino vero!

Tornati a casa dopo mille avventure, Geppetto e Pinocchio festeggiarono cantando e ballando insieme. Durante la notte, mentre il babbo dormiva, apparve la fata turchina e disse: «Bravo Pinocchio, ti sei dimostrato bravo, coraggioso e disinteressato. Risolvi quest'ultimo problema e diventerai un bambino vero: di un intero positivo n si sa che $n! = 2^{23} \cdot 3^{13} \cdot 5^6 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 13^2 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23$. Quanto vale n?». Dopo qualche istante la fatina toccò Pinocchio con la bacchetta magica e svanì...

Se il tuo sogno è pien d'ardor, se c'è fede nel tuo cuor...la stellina su nel ciel t'esaudirà...



Problema 2.1. Il primo ricordo matematico felice

Alla fine di ogni giornata, mentre Riley dorme, Gioia si occupa di spedire i ricordi della ragazza in archivio, sapendo che può richiamarli quando vuole. Ce n'è uno al quale è particolarmente affezionata: la prima espressione matematica risolta senza l'aiuto di nessuno. Richiamato il ricordo, osserva come Riley ha saputo calcolare

$$\left(2^{4^2}\right)^2:\left(8^4\right)^2$$
.

Che felicità! Qual è il risultato ottenuto?

Problema 2.2. Il primo ricordo matematico triste

Tristezza, rimasta in disparte, si avvicina alla console di comando e, mentre Gioia è impegnata a controllare che i ricordi vadano verso la memoria a lungo termine, richiama dall'archivio l'infelice ricordo di quando l'insegnante di Matematica ha chiesto a Riley di risolvere l'espressione

$$\left(1+\frac{1}{1}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{2015}\right).$$

Per poco Riley non era scoppiata in lacrime davanti a tutta la classe, e solo con l'aiuto di una compagna di classe era riuscita a trovare la soluzione. Avresti saputo risolverla?

Problema 2.3. I ricordi base

I ricordi base sono quei ricordi che formano le Isole della Personalità di Riley. Essi sono contenuti in sfere splendenti conservate nel Centro di Controllo del cervello. Una delle Isole è quella dell'Hockey, collegata al ricordo base del primo goal segnato da Riley. Proprio adesso, mentre Riley dorme, Gioia decide di rimandare in sogno quel ricordo. Sul lago ghiacciato e con i pattini ai piedi, Riley è partita da un punto avanzando di 8 m verso nord. Per scartare la mamma, che la fronteggiava, ha dovuto deviare 2 m verso est, quindi è avanzata di 10 m verso nord. A quel punto, per evitare il papà, ha dovuto fare 9 m verso ovest. Altri 6 m verso nord, tiro e GOAL! Quanti metri avrebbe fatto Riley, se dal punto di partenza si fosse diretta senza deviazioni verso il punto da cui ha tirato?

Problema 2.4. L'isola della famiglia

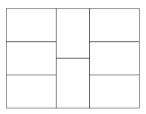
La famiglia di Riley è sicuramente il punto di forza della sua personalità. L'Isola della Famiglia è la più stabile e sicura ed è collegata ad un ricordo base d'infanzia, il primo compleanno, in cui la mamma ha preso una torta rettangolare e l'ha divisa in quattro parti uguali, unendo i punti medi dei lati opposti. Dopodiché, nello stesso modo, ha suddiviso ciascuna delle parti della torta che ha ottenuto e, infine, ha diviso ogni porzione ottenuta in tre parti uguali. In quante porzioni di torta la mamma ha suddiviso la torta di Riley?

Problema 2.5. Un brusco risveglio

Qualcosa proprio non va stamattina! Riley, al risveglio, trova suo padre intento a caricare scatoloni in macchina. Un cartello "VENDUTA" è comparso davanti a casa. Qualche ora dopo, Riley si ritrova in viaggio per San Francisco. Per passare il tempo in macchina decide di leggere dei fumetti. Dopo alcune pagine trova un gioco. «Qual è quel numero di quattro cifre in cui la cifra delle migliaia è un terzo della cifra delle centinaia, la cifra delle decine è la somma delle due precedenti e la cifra delle unità è tre volte la cifra delle centinaia?» Paura è convinto che Riley non riuscirà a risolverlo e Rabbia è già pronto a scatenare una crisi di ira. Aiuta tu Riley a trasformare questo enigma in un ricordo felice, risolvendolo.

Problema 2.6. La nuova casa

Il quartiere di San Francisco dove la famiglia di Riley si è appena trasferita è fatto di isolati formati da otto case a pianta rettangolare tutte uguali, come in figura. Rabbia è già furioso, mentre Disgusto è già rassegnata a vivere in spazi stretti e puzzolenti. Se il perimetro dell'isolato misura 140 m, quanto misura la superficie della nuova casa (in metri quadri)?



Problema 2.7. La stanza di Riley

«Per tutto il viaggio papà non ha fatto altro che dirci quanto è bella la nostra stanza!» Con queste parole Gioia cerca di distrarre le altre emozioni dalla terribile situazione. Nel frattempo Riley sale le scale e si trova davanti ad un sottotetto, con il pavimento in parquet quadret-



tato come in figura. Escluso il grande rettangolo del perimetro, tutti gli altri sono quadrati e i quadratini scuri hanno il lato di lunghezza 40 cm. Quanti decimetri quadri misura l'area del rettangolo?

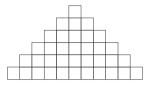
Problema 2.8. Tristezza tocca i ricordi

Non c'è niente che va per il verso giusto: il camion del trasloco in ritardo, papà richiamato al lavoro, la pizza con i broccoli (che ha fatto quasi svenire Disgusto)... Cosa può fare Riley in casa per cercare di distrarsi dal tragico susseguirsi degli eventi? Ecco: un corrimano può tirarle su il morale! Gioia controlla che l'Isola della "Stupidera" sia in funzione e... Ma cosa succede? Tristezza sta allungando la mano su un ricordo base di colore giallo e quello sta diventando azzurro! Gioia interviene, distraendo Tristezza con un indovinello: con quanti zeri termina il

prodotto $20^{50} \cdot 50^{20}$. Il ricordo base è salvo, così come l'umore di Riley, che si tuffa giù per il corrimano. Che numero risolve l'enigma di Tristezza?

Problema 2.9. Il primo giorno di scuola

È un nuovo giorno a San Francisco. Gioia è già sveglia e ha deciso che oggi tutto dovrà andare bene. Mentre Riley si veste, Gioia distribuisce gli incarichi agli altri sentimenti: a Paura chiede di scrivere una lista di cose che potrebbero andare male, a Disgusto di curare il



modo di vestire di Riley, a Furia di scaricare i "Sogni ad occhi Aperti" dal Treno dei Pensieri. Dopo aver tracciato un cerchio a terra, ordina a Tristezza di tenerci dentro tutti i sentimenti tristi, e di calcolare qual è il minimo numero di quadratini che si deve spostare per ottenere un grande quadrato dalla figura a fianco.

Purtroppo, mentre Riley si sta presentando davanti alla classe, Tristezza, che ha risolto il problema, tocca il ricordo che sta proiettando Gioia. Il ricordo diventa blu e Riley diventa triste, mettendosi a piangere davanti alla nuova classe. Qual è la soluzione dell'enigma dato a Tristezza?

Problema 2.10. Un grosso problema

I sentimenti provati durante la presentazione alla nuova classe generano un ricordo base blu, che Tristezza vorrebbe archiviare. Durante lo scompiglio che si genera nel Centro di Controllo tutti i ricordi base si sparpagliano sul pavimento. Mentre Gioia cerca di raccoglierli e di rimetterli a posto uno viene risucchiato dall'aspira-ricordi. Gioia, seguita da Tristezza, si lancia per salvarlo, ma la forza dell'aspiratore le risucchia. Nel Centro di Controllo rimangono solo Rabbia, Disgusto e Paura, che cercano di spegnere l'aspiratore. Purtroppo nessuno di loro sa calcolare i valori interi positivi di x, y e z dell'espressione $\frac{54}{13} = x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}$ che servono per disattivarlo. Tu riesci a calcolarli?

(Dare come risposta x + y + z).

Problema 2.11. Papà si arrabbia

Senza Gioia al Centro di Controllo, la situazione comincia a peggiorare. Con Rabbia e Paura al quadro comandi, anche papà si arrabbia e manda Riley in punizione in camera. Non rimane altro da fare che cercare di finire i compiti. L'ultimo problema rimasto da fare chiede per quanti valori interi di x accade che $5000 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x$ è ancora un numero intero. Nessuno dei tre sentimenti sa da che parte cominciare per aiutare Riley. Qual è la soluzione del problema?

Problema 2.12. Nel frattempo...

Gioia e Tristezza si ritrovano circondate da enormi scaffali pieni di sfere di ricordi. Tristezza spiega a Gioia che si trovano nella Memoria a Lungo Termine e che gli scaffali sono costruiti in modo da contenere sempre lo stesso numero di ricordi, e precisamente 10.800, equamente suddivisi in mensole e disposti a formare un grande rettangolo.

Gioia osserva quello di fronte a sé e scopre che Tristezza ha proprio ragione, visto che conta 144 sfere per ognuna delle 75 mensole di ciascuno scaffale. Ma ogni scaffale ha un numero diverso di mensole e sfere per mensola, pur rimanendo sempre il totale 10.800. «Ma quanti diversi scaffali possono costruire?» chiede Gioia. «Non lo so. – risponde Tristezza – Ma so, per averlo letto, che non possono fare scaffali né con una sola mensola, né con un solo ricordo per mensola». Sapresti rispondere alla curiosità di Gioia?

Problema 2.13. Bing Bong

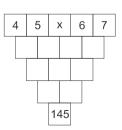
Una dopo l'altra, le Isole della Personalità, del Divertimento, dell'Hockey e dell'Amicizia si sgretolano e finiscono nel Baratro della Memoria, un abisso dove i ricordi dimenticati vengono gettati e, pian piano, completamente eliminati dalla mente. Lì i due sentimenti incontrano Bing Bong, l'amico immaginario dell'infanzia di Riley, che chiede loro: «Se $a \diamond b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, che numero risolve l'equazione $(x \diamond x) \diamond 2 = 100$ »? Sentendo Gioia rispondere correttamente, Bing Bong decide di aiutarle. Che numero ha dato come risposta Gioia?

Problema 2.14. Cineproduzione sogni

Bing Bong suggerisce a Gioia di prendere il Treno dei Pensieri per ritornare al Quartiere Generale e così, dopo aver attraversato il pericoloso Pensiero Astratto e Immagilandia (dove l'immaginazione di Riley si realizza), lei e Tristezza salgono sul treno. Durante il tragitto, Gioia comincia a intuire quale sia il compito di Tristezza. Saliti sul Treno, però, Riley si addormenta e, sapendo che il loro mezzo di trasporto non si muoverà fino a che Riley non sarà sveglia, Tristezza suggerisce di svegliarla con un incubo. Dalla Cineproduzione Sogni le mandano l'immagine della vecchia insegnante di Matematica che le chiede: «È dato un poligono regolare di dodici lati ABCDEFGHILMN. Quanto misura l'angolo $A\hat{C}F$?» Riley si sveglia immediatamente! Ma quale sarebbe stata la risposta giusta?

Problema 2.15. L'idea di emergenza

Disgusto, Paura e Rabbia intanto, senza la guida di Gioia, decidono di ricorrere ad una soluzione estrema e drastica. Vedendo Riley in balia di squilibri emotivi, senza più passioni e personalità, attivano un'Idea di Emergenza, la quale fa progettare a Riley di fuggire dalla nuova casa e tornare in Minnesota per poter ricreare i Ricordi Base. L'Idea di Emergenza porta il numero 145 e può essere attivata solo



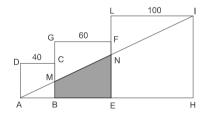
inserendo il giusto numero al posto della x nello schema a fianco. I numeri della riga successiva sono ottenuti sommando i due della riga precedente che gli stanno subito sopra. Che numero va al posto della x?

Problema 2.16. Di male in peggio

L'Idea di Emergenza distrugge le rimanenti Isole dell'Onestà e della Famiglia, ma – quel che è peggio – fa deragliare il Treno dei Pensieri. Gioia, tentando il tutto per tutto, si fa risucchiare da un tubo di aspirazione, ma anche questo si rompe, scaraventando Gioia e Bing Bong nell'Abisso della Memoria. Rabbia, Disgusto e Paura cercano di rimuovere l'Idea di Emergenza, cercando di inserire il codice dato dalla somma di tutti i numeri di una tabella 15×15 dove in ogni cella è scritto un numero. I numeri della prima riga, da sinistra a destra, sono $1, 2, 3, \dots 15$; allo stesso modo i numeri della prima colonna, dall'alto in basso, sono $1, 2, 3, \dots 15$. Si sa che la somma dei quattro numeri scritti in ogni quadrato 2×2 è 100. Quale codice salverebbe la situazione?

Problema 2.17. Risalita dall'abisso

Bing Bong e Gioia trovano il vecchio carretto a razzo, e decidono di studiare come risalire l'Abbisso. Gioia rappresenta la situazione come in figura: ABCD, BEFG e EHIL sono quadrati di lati 40, 60 e 100 passi. La rampa parte da A, finisce su N e bisogna volare fino a I. Bing Bong chiede a Gioia l'area del trapezio BENM in



passi quadrati e, sentendo la risposta, capisce che dovrà sacrificarsi per permettere al sentimento di superare il salto nel vuoto. Che numero ha dato Gioia come risposta?

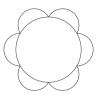
Problema 2.18. Rientro al quartier generale

Tristezza ha trovato una nuvola e Gioia, sfruttando un ventilatore, è riuscita a dirigerla verso il Centro di Controllo. Adesso però deve salirci sopra anche lei. Ad Immagilandia trova un generatore virtuale di ragazzi ideali che vorrebbe usare come prolunga per raggiungere Tristezza. Attiva la macchina che chiede, come codice, la somma di tutti i numeri naturali minori o uguali a 150 che non sono divisibili per 7. Gioia sa calcolare la risposta e, grazie al suo piano, riesce a salire sulla nuvola che riporta i due sentimenti al Quartier Generale. Tu avresti saputo calcolare la risposta esatta?

Problema 2.19. Ricordi tristi

Gioia riesce a rimuovere l'Idea di Emergenza e, grazie ai ricordi felici diventati tristi, fa capire a Riley che la famiglia è il suo bene più prezioso. Un nuovo ricordo base, azzurro e giallo, si genera dall'esperienza e raggiunge il Centro di Controllo.

Visto in sezione, il nuovo ricordo ha la forma di un cerchio, circondato da sei semicerchi tutti uguali (come in figura) e costruiti a partire dal cerchio più grande. Paura si chiede: «Se il cerchio di base avesse raggio 10 cm, quanto varrebbe l'area della figura?»



Problema 2.20. La console 2.0

Una nuova Isola della Personalità, somma di tutte le precedenti, viene costruita nel cervello di Riley. Gli addetti al montaggio installano una nuova console comandi. Tutto è bene quel che finisce bene... ma qual è il codice per avviare la nuova console? È il più piccolo numero naturale di tre cifre, tutte pari e tutte distinte tra loro, che diviso per 4 dà un numero di tre cifre tutte dispari e tutte distinte. Qual è questo codice?