

U Math

VOLUMI PUBBLICATI NELLA COLLANA U MATH

1. Maurizio Trombetta, *Calcolo combinatorio*
2. Carlo Càssola, *Geometria piana per le gare di matematica*
3. Salvatore Damantino, *Teoria dei numeri*
4. Sandro Campigotto, *I giochi matematici di PhiQuadro*
5. Carlo Càssola, *Geometria solida per le gare di matematica*
6. Samuele Maschio, *Tecniche dimostrative*
7. Salvatore Damantino, Emanuele Campeotto, *Aritmetica modulare*
8. Terence Tao, *Risolvere problemi matematici*
9. Luigi Amedeo Bianchi, *Probabilità*
10. Paolo Fiorini, *Manuale di allenamento per le gare di matematica*
11. Emanuele Callegari, *Combinatoria per problemi*

U MATH JUNIOR

1. S. Campigotto, P. Dall'Aglio, *Giocare con la matematica e il problem solving*

Bernardo Recamán Santos

I rompicapo di Bogotá

**Enigmi e problemi
per aguzzare la mente**

Traduzione di Filippo Cavallari

© Scienza Express edizioni, Trieste
Prima edizione in *U Math* febbraio 2023

I ROMPICAPO DI BOGOTÀ

Grafica di copertina di Nicole Vascotto

ISBN 000-00-000-0000-0

Per i passi antologici, per le citazioni, per le riproduzioni grafiche, cartografiche e fotografiche appartenenti alla proprietà di terzi, inseriti in quest'opera, l'editore è a disposizione degli aventi diritto non potuti reperire nonché per eventuali non volute omissioni o errori di attribuzione nei riferimenti.

La Collana *U Math* è promossa dalla Mathesis Udine, ente che ha come scopo la diffusione delle scienze matematiche e fisiche, la valorizzazione e il progresso dell'insegnamento e della cultura scientifica. Tra le sue attività annovera la preparazione degli studenti alle competizioni matematiche, attraverso l'organizzazione di campus e stages di formazione, e gare di matematica a squadre.

*Si pulchra sunt quae fecit,
quanto pulchrior est qui fecit?*

Introduzione

*L'unico bene che davvero soddisfa
è un'idea intelligente.*

Nicolás Gómez Dávila

La matematica non è solo affascinante e utile, ma è anche *divertente*. Tutti i popoli antichi nel corso della storia si sono *divertiti* con rompicapi e indovinelli logici e matematici. Ciò avviene praticamente da sempre, probabilmente già prima della civiltà degli antichi egizi, popolo di cui sappiamo con certezza che si diletta a collezionare e condividere sfide matematiche. Ma la matematica ricreativa, cioè quella che vuole appunto fare *divertire*, sta probabilmente vivendo ora la sua età dell'oro. Anche se non concepita per essere “presa sul serio”, essa viene considerata sempre di più uno strumento sia utile che didattico e molti insegnanti di matematica non solo la adottano per garantire divertimento alle loro classi, ma incoraggiano anche gli altri colleghi a fare ciò.

È stato il leggendario Martin Gardner che ha dato una vera e propria identità alla matematica ricreativa una volta e per tutte. Attraverso il suo famoso articolo sulla rivista *Scientific American* e i suoi molti bellissimi libri, Gardner ha mostrato a tutti, amatori e professionisti della matematica, insegnanti, illusionisti, artisti, bambini e adulti di ogni parte del mondo che la matematica è, innanzitutto, divertente. E divertimento ce ne può dare veramente molto!

I rompicapo matematici di questo libro sono stati raccolti negli anni con lo stesso spirito di divertimento che Gardner ha manifestato in tutto il mondo. Per realizzare questo lavoro ho preso ispirazione da altre collezioni della stessa tipologia di problemi, come le illustri *The Canterbury Puzzles*, *The Moscow Puzzles* e *The Tokyo Puzzles* (ma non mi permetto di paragonare il mio risultato a quello delle opere appena citate). Ho messo, quindi, insieme i migliori rompicapo creati fino ad oggi: io ho dato il mio piccolo contributo, ma gli enigmi proposti sono scaturiti grazie ai tanti confronti e alle tante discussioni con colleghi, studenti, amici o persone con cui magari ho scambiato solo due parole. Sono quindi in debito con molte persone che devo ringraziare. In primis i miei molti studenti incontrati negli anni nelle varie istituzioni accademiche in cui mi sono recato, dalle prime università che ho frequentato in varie parti del mondo, fino alle più recenti *Universidad Sergio Arboleda*, *Universidad de los Andes* e *Liceo Juan Ramón Jiménez*, site invece tutte a Bogotá. Sento forte il dovere di ricordare anche i miei studenti della *Nigeria Cowbellpedia Academy*. Infine devo un grande ringraziamento ai colleghi della *Colombia Aprendiendo*, che, oltre ad avere essi stessi inventato rompicapo, sono stati una costante fonte di idee e di incoraggiamento: durante i nostri viaggi insieme, impossibili ormai da contare, in giro per la Colombia, a visitare scuole, insegnanti e studenti, abbiamo avuto l'opportunità di discutere e condividere molti dei rompicapo di questa collezione. In particolare, devo ringraziare Freddy Barrera per il suo appassionatissimo supporto al progetto e per le molte ore spese a portare a termine il lavoro, proponendo e risolvendo problemi, realizzando figure e lanciando vari programmi al pc per controllare le soluzioni dei problemi. Questo libro (con tutti i pregi e i difetti!) è suo quanto mio. E spero davvero che riusciremo a far divertire tante persone.

Bogotá, Giorno dell'Immacolata Concezione, 2019

1. Problemi

*Se non sono felice,
faccio matematica per diventare felice.
Se sono felice,
faccio matematica per continuare a esserlo.*

Alfréd Rényi

2. I miei cinque nipoti

Ho cinque nipoti. La somma delle loro età è 47 anni. Inoltre, comunque prenda due loro età, i due numeri hanno un divisore comune maggiore di 1.

Che età hanno i miei nipoti?

3. Il milionesimo termine

Quali sono i successivi cinque termini e qual è il milionesimo termine della seguente sequenza di numeri interi?

1, 1, 2, 3, 5, 8, 4, 3, 7, 1, 8, 9, 8, 8...

4. Numeri “mattinieri”

Se scriviamo tutti i numeri interi, da 1 in poi, uno accanto all’altro, senza né virgole né spazi in mezzo, otteniamo un numero infinito che ci delizierà con alcune sorprese. Il prolifico creatore di enigmi argentino Jaime Poniachik ha osservato, per esempio, che le cifre iniziali di π (3,1415) appaiono molto presto in tale sequenza:

1234567891011121314151617181920212223242526...

Basandosi su questa curiosità, Martin Gardner ha così definito i *numeri mattinieri*¹ come quei numeri che appaiono nella sequenza prima di quando sarebbe “il loro turno”. Per esempio, 101 è un numero mattiniero, infatti per trovarlo non dobbiamo aspettare fino al punto ...99100101102..., ma esso compare quasi all’inizio della sequenza:

12345678910111121314151617181920212223242526...

Due dei seguenti matematici sono nati e morti in anni che sono entrambi mattinieri:

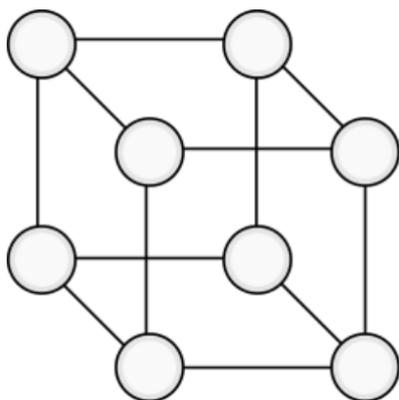
- Pierre de Fermat è nato nel 1601 ed è morto nel 1665;
- Isaac Newton è nato nel 1642 ed è morto nel 1727;
- Gottfried W. von Leibniz è nato nel 1646 ed è morto nel 1716;
- Carl Friedrich Gauss è nato nel 1777 ed è morto nel 1855;
- Richard Dedekind è nato nel 1831 ed è morto nel 1916;
- Paul Erdős è nato nel 1913 ed è morto nel 1996.

Sapresti dire chi sono?

¹In lingua originale, *early bird numbers*.

5. Un simpatico cubo

Metti in ognuno degli 8 vertici del cubo un numero intero compreso tra 0 a 12, senza poter ripetere lo stesso numero su più vertici. La sfida è fare ciò in modo tale che i dodici numeri ottenuti dalle sottrazioni dei due numeri ai vertici di uno spigolo (sottraendo sempre il numero più piccolo dal più grande) siano proprio i primi dodici interi positivi: $1, 2, \dots, 12$.



2. Soluzioni

*I computer sono inutili,
ci danno solo risposte.*

Pablo Picasso

1. Serpentina numerica

L'unico modo possibile è il seguente:

13	14	29	30	31	32	34	34	35	60
12	15	28	27	26	25	24	23	36	59
11	16	17	18	19	20	21	22	37	58
10	45	44	43	42	41	40	39	38	57
9	46	47	48	49	50	51	52	53	56
8	7	6	5	4	3	2	1	54	55

La considerazione da cui può essere utile partire è che l'unico modo per collegare il numero 14 al numero 29 senza “rimanere intrappolati” ed essere quindi in grado poi di procedere con 30, 31, eccetera, è la serpentina mostrata in figura sopra. Una volta posizionati i numeri da 14 a 29 è facile capire dove vanno i numeri da 1 a 13. A quel punto si può concludere la serpentina senza troppi tentativi.

2. Tredici amici e i loro compleanni

L'accoppiamento corretto è:

Anna – January

Bill – April

Deb – September

Dory – December

Eliza – February

Gaby – May

Jan – June

John – November

Judy – July

Mary – March

Otto – October

Sam e Gustav – August.

Compiliamo infatti una tabella, con tutti gli ospiti di Sam e Gustav, per evidenziare le corrispondenze nome/mese ottenute dall'avere almeno due lettere in comune.

	Anna	Bill	Deb	Dory	Eliza	Gaby	Jan	John	Judy	Mary	Otto
January	X			X		X	X	X	X	X	
February			X	X	X	X			X	X	
March										X	
April		X			X					X	
May						X				X	
June							X	X	X		
July									X		
August						X					
September			X							X	
October			X	X							X
November			X	X				X		X	
December			X	X						X	

Dalla tabella notiamo che Anna ha corrispondenza solo con January, quindi deve per forza essere nata in tale mese. Per lo stesso motivo Bill è nato nel mese di April e Otto nel mese di October.

Ragionando sui mesi, invece, notiamo che il mese March ha due lettere in comune solo col nome Mary, mentre July solo con Judy, quindi Mary è nata a March e Judy a July.

Visto che il mese April è stato assegnato, Eliza è nata a February. Nel mese di May può essere nato solo Gaby, e quindi ad August sono nati proprio Sam e Gustav. Dunque a Jan rimane June e a John rimane November. Infine Dory è nata a December e Deb a September.

3. Il milionesimo termine

La sequenza 1, 1, 2, 3, 5, 8, 4, 3, 7, 1, 8, 9, 8, 8... continua nel seguente modo: ...7, 6, 4, 1, 5, 6, 2, 8, 1, 9, 1, 1, 2, 3... Ogni termine è la somma delle cifre della somma dei due termini precedenti. Ad esempio, dopo 5 e 8 va il 4 perché $5 + 8 = 13$ e $1 + 3 = 4$.

Così facendo, però, dopo 24 termini, la serie ricomincia. Quindi, per trovare il milionesimo termine, basta osservare che $1\,000\,000 = 24 \times 41\,666 + 16$. Il milionesimo termine della successione è quindi lo stesso del sedicesimo, ovvero 6.

4. Numeri “mattinieri”

I matematici cercati sono Isaac Newton e Richard Dedekind.

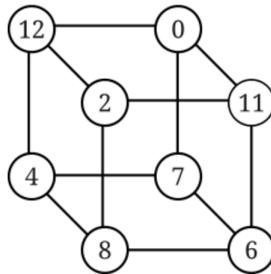
Newton è nato nel 1642, numero che incontriamo tra 641 e 642. L'anno della sua morte è 1727, che incontriamo tra i tre numeri 71, 72 e 73.

Dedekind è nato nel 1831, numero che incontriamo tra 183 e 184. L'anno della sua morte è il 1916, che incontriamo tra i numeri 1619 e 1620.

Fermat ed Erdős sono nati in anni mattinieri, ma morti in anni a cui piace dormire un po' di più. Leibniz è morto in un anno mattiniero, ma non nato. Gli anni di nascita e morte di Gauss, invece, sono i più dormiglioni di tutti.

5. Un simpatico cubo

Una possibile soluzione è la seguente:



Questo rompicapo è stato inventato da Richard Guy.

Finito di stampare nel gennaio 202X da Tipografia Monteserra
via Torino, 12 - 56010 Vicopisano (PI)
tel. 050 799477 fax 050 796931
www.tipografiamonteserra.it
per conto di Scienza Express edizioni