

Indice

1	Principio di Induzione	7
1.1	Introduzione	7
1.2	Un primo esempio	9
1.3	Un po' di storia	10
1.4	Diverse formulazioni	12
1.5	Difficoltà nelle applicazioni del principio di induzione	15
1.5.1	Verificare la base è importante	15
1.5.2	Il passo induttivo deve valere per ogni numero naturale	16
1.5.3	Dimostrazioni <i>alternative</i>	17
1.5.4	Qual è la base?	18
1.5.5	Come si trovano le formule che si dimostrano per induzione?	19
1.5.6	Induzione VS. induzione	22
1.6	Esercizi	23
2	Principio dei cassetti	33
2.1	Introduzione	33
2.2	Principio dei cassetti	34
2.3	Principio dei cassetti e funzioni	37
2.4	Un'applicazione: il teorema cinese dei resti	38
2.5	Esercizi	39

3	Congruenze	45
3.1	L'Aritmetica dell'orologio	45
3.2	Operazioni e congruenze	48
3.3	La congruenza modulo 10: l'ultima cifra	50
3.4	La congruenza modulo 9: la somma delle cifre	50
3.5	Le congruenze e i criteri di divisibilità	50
3.6	Congruenze e quadrati perfetti	51
3.7	Il Piccolo Teorema di Fermat	52
3.8	Il codice ISBN	53
3.9	Esercizi	56
4	Coefficienti binomiali e multinomiali	59
4.1	Coefficienti binomiali	59
4.2	Coefficienti multinomiali	62
4.3	Esercizi	63
5	Introduzione alla teoria dei grafi	71
5.1	Grafo semplice	71
5.2	Grafi completi, intorni e grado	72
5.3	Isomorfismo tra grafi.	73
5.4	Handshaking Lemma.	76
5.5	Esercizi	79
6	I ponti di Königsberg	85
6.1	Il problema dei ponti di Königsberg	85
6.2	Passeggiate, cammini e cicli	86
6.3	Grafi connessi	88
6.4	Distanza in un grafo	88
6.5	Grafi euleriani	91
6.6	Soluzione del problema dei ponti di Königsberg	93
6.7	Esercizi	94
7	Alberi e formula di Cayley	97
7.1	Alberi	97
7.2	Formula di Cayley	100
7.3	Il codice di Prüfer	101
7.4	Esercizi	104

8	La formula di Eulero	109
8.1	I solidi platonici	109
8.2	Formula di Eulero per i grafi e due dimostrazioni	112
8.3	Una terza dimostrazione con il grafo duale	113
8.4	Applicazioni della formula di Eulero	116
8.4.1	Esistono solo 5 solidi platonici	116
8.4.2	Teorema di Sylvester-Gallai	118
8.4.3	Teorema di Pick	120
8.5	Esercizi	122
9	Colorazioni	131
9.1	Colorare una carta geografica	131
9.2	Il Teorema dei quattro colori	136
9.3	Esercizi	142