

ESTRATTO

Salvatore Damantino

Algebra

**Polinomi, disuguaglianze, equazioni funzionali:
teoria e tecniche di problem solving**

con Paolo Bordignon, Alberto Cagnetta, Alessandro Pecile

Indice

Prefazione	9
Introduzione	11
1 Identità algebriche	13
1.1 Fattorizzazioni e relazioni fondamentali	13
1.1.1 Fattorizzazioni particolari	16
1.2 Relazioni simmetriche	17
2 Numeri complessi	21
2.1 Il campo dei numeri complessi	21
2.2 Numeri complessi in forma algebrica	23
2.2.1 Confronto tra numeri complessi	24
2.2.2 Operazioni con i numeri complessi in forma algebrica	24
2.3 Rappresentazione geometrica di un numero complesso	26
2.4 Numeri complessi in forma polare	28
2.4.1 Operazioni con i numeri complessi in forma polare	29
2.5 Numeri complessi in forma esponenziale	33
2.6 Radici n -esime di un numero complesso	35
2.6.1 Radici n -esime dell'unità	38

3	Polinomi	43
3.1	Introduzione ai polinomi	43
3.1.1	Divisione tra polinomi e Massimo Comune Divisore	45
3.2	Radici di un polinomio	50
3.2.1	Formule di Viète	57
3.2.2	Potenze di radici e formule di Newton-Girard	63
3.2.3	Regola di Cartesio	65
3.3	Polinomi a coefficienti interi	67
3.3.1	Irriducibilità	69
3.4	Polinomi ciclotomici	70
4	Successioni e serie	77
4.1	Successioni e loro rappresentazione	77
4.1.1	Successioni aritmetiche	81
4.1.2	Successioni geometriche	84
4.1.3	Successioni ricorsive generali	86
4.1.4	Successioni ricorsive lineari	88
4.1.5	Sistemi di successioni ricorsive	95
4.2	Serie	96
4.2.1	Serie aritmetica	98
4.2.2	Serie geometrica	99
4.2.3	Serie mista	100
4.2.4	Serie telescopica	102
4.3	Matematizzazione tramite successioni	104
5	Differenze finite e interpolazione	109
5.1	Differenze finite	109
5.2	Interpolazione	113
5.2.1	Metodo di interpolazione di Newton	115
5.2.2	Metodo di interpolazione di Lagrange	117
6	Disuguaglianze	125
6.1	Disuguaglianze e tecniche di base	125
6.2	Disuguaglianze tra medie	127
6.3	Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz	133
6.4	Disuguaglianza di riarrangiamento	135
6.5	Convessità e disuguaglianza di Jensen	138
6.6	Disuguaglianze di Hölder e Minkowski	142
6.7	Disuguaglianze di Newton e Maclaurin	145

6.8	Disuguaglianze di Schur e di raggruppamento	146
6.9	Disuguaglianze omogenee e normalizzazione	150
6.10	Strategie per dimostrare disuguaglianze	152
7	Equazioni funzionali	155
7.1	Introduzione	155
7.1.1	Cosa sono le equazioni funzionali	155
7.1.2	Come affrontare le equazioni funzionali	156
7.1.3	Richiami di base sulle funzioni	159
7.2	L'equazione funzionale di Cauchy	166
7.2.1	L'equazione funzionale di Cauchy su \mathbb{Q}	167
7.2.2	L'equazione funzionale di Cauchy su \mathbb{R}	169
7.2.3	Equazioni riconducibili all'equazione funzionale di Cauchy .	172
7.3	Strategie risolutive ed euristiche	174
7.3.1	Fare sostituzioni semplici	174
7.3.2	Eseguire cambi di variabile	175
7.3.3	Sfruttare la simmetria o la mancanza di simmetria	176
7.3.4	Usare l'induzione	177
7.3.5	Sfruttare i punti fissi e gli zeri della funzione	178
7.3.6	Usare iniettività, suriettività e monotonia	178
7.3.7	Ricondursi a successioni o a relazioni di ricorrenza lineari .	178
7.3.8	Semplificare le funzioni	179
7.3.9	Euristiche varie	179
8	Ulteriori tecniche	181
8.1	Filtro dell'unità	181
8.2	Polinomi e congruenze	185
8.2.1	Congruenze polinomiali	186
8.3	Polinomi in combinatoria	188
9	Problemi	193
10	Soluzioni	205
	Bibliografia	234
	Indice analitico	237