

nuova



# lette ra

4

# mate matica

**LA GEOMETRIA DELLE FORME ELICOIDALI**

*di Di Martino, Mazzuferi / L'OPPORTUNISMO*

**METODOLOGICO NELLA RIVOLUZIONE**

**SCIENTIFICA DI GALILEO** *di Fano, Pietrini / LA*

**SCUOLA DI PEANO E GLI STUDIOSI MILANESI**

*di Manara / LA RISOLUZIONE DI PROBLEMI*

**NELL'AULA DI MATEMATICA** *di Vilalta Riera*

**/ PAOLO RUFFINI, UN CONSERVATORE**

**"RIVOLUZIONARIO"** *di Paoloni, Rogora / IL*

**PROBLEMA ISOPERIMETRICO DA DIDONE ALLE**

**BOLLE DI SAPONE** *di Caroccia / MATEMATICA,*

**TASSE E DENARO** *di Carbonaro*

# in d ic e

## Editoriale

- 8** **La geometria delle forme elicoidali**  
Roberto Di Martino, Paolo Mazzuferi
- Dialoghi con la storia
- 32** **Esplorare la geometria non euclidea con Beltrami, Coxeter, Escher**  
Michele Gasparini, Enrico Rogora
- Pensieri geometrici
- 40** **Un problemino di geometria dello spazio**  
Ciro Ciliberto, Claudio Fontanari
- 44** **L'opportunità metodologica nella Rivoluzione scientifica di Galileo**  
Vincenzo Fano, Davide Pietrini
- 56** **La scuola di Peano e gli studiosi milanesi**  
Maria Piera Manara
- 72** **La risoluzione di problemi nell'aula di matematica**  
Il progetto spagnolo Innovamat  
Albert Vilalta Riera
- Pensieri computazionali
- 82** **PhET**  
Nicola Chiriano
- Dialoghi con la calcolatrice
- 86** **Insegnare con la calcolatrice**  
Camila Demattè, Enrico Rogora
- 98** **Matematica, tasse e denaro**  
Perplessità sul sistema fiscale  
Bruno Carbonaro
- 114** **Paolo Ruffini, un conservatore "rivoluzionario"**  
Giovanni Paoloni, Enrico Rogora
- 124** **Il problema isoperimetrico: da Didone alle bolle di sapone**  
Marco Caroccia
- Arte musica e letteratura
- 144** **Un semplice triangolo**  
Liliana Curcio
- Cittadino e società
- 148** **Come dividere la spesa per il taxi?**  
Roberto Lucchetti
- Rudi al bar
- 152** **Inforni convergenti**  
Rudi Mathematici (Rodolfo Clerico, Francesca Ortenzio, Piero Fabbri)
- 156** **Libri recenti ed evergreen**  
a cura di Marco Crespi
- Nei prossimi numeri**

# edit ori a le

Ad Albert Einstein sono attribuiti numerosi aforismi. Uno di questi, del tutto attendibile e in linea con la mente sagace dell'autore, recita: "È un miracolo che la curiosità sopravviva all'istruzione formale". Einstein lo avrebbe detto probabilmente come incitamento, rivolto a studenti o a un allievo, a cercare i problemi dentro sé stessi e non fidarsi automaticamente dell'opinione altrui, sebbene confortata dall'autorità. Più che un semplice desiderio, per Einstein la curiosità è una spinta verso la conoscenza. Lo dice chiaramente in una lettera autoironica al suo primo biografo, Carl Seelig, da cui viene tratta una delle sue espressioni più famose: "Non ho alcun talento particolare. Sono soltanto appassionatamente curioso", completando – forse a proprio vantaggio – il pensiero relativo alla fantasia e all'inventiva come complemento necessario della formazione.

Altre storie si raccontano su argomenti analoghi, spesso rivolti – guarda un po' – a persone e problematiche che hanno una certa concretezza, ad esempio premi Nobel della fisica. "Al ritorno da scuola mia madre mi chiedeva sempre: oggi hai fatto qualche buona domanda?" racconta Chandrasekhar, sottolineando la mentalità in cui il desiderio di chiedere precede la capacità – tanto apprezzata dai docenti – di dare la risposta giusta. Per non parlare di Marie Curie, sistematicamente sollecitata dalla madre – secondo le biografie – a incalzare i professori con domande di qualunque tipo. La madre e la curiosità come motori della creatività umana, dunque.

E in matematica? Non abbiamo aneddoti sulle madri, ma l'atteggiamento è senz'altro lo stesso. Sappiamo che molti studenti percepiscono la nostra materia come un campo di conoscenza freddo, praticamente inaccessibile, e rivolgono altrove la propria attenzione. La formula sintetica di Einstein,



## Renato Betti

È stato docente di Geometria al Politecnico di Milano e condirettore di «Lettera Matematica Pristem». La sua attività scientifica riguarda la teoria delle categorie e le sue applicazioni all'algebra e alla geometria. È membro dell'Accademia Nazionale Virgiliana.

[renato.betti@polimi.it](mailto:renato.betti@polimi.it)

che privilegia la curiosità come prerequisito della formazione non solo scientifica, si rivolge ad essi, come ben sanno i docenti che ricorrono spesso a regole di straordinaria profondità nel loro insegnamento. In questo numero presentiamo un metodo didattico che sta avendo successo in campo internazionale ed è concentrato in dieci regole ben argomentate. Sì, un “decalogo” del buon rapporto con il discente che si estende senza fatica oltre la matematica. Il progetto Innovamat, proposto da un gruppo di insegnanti spagnoli e descritto qui dal docente catalano Albert Vilalta Riera, ha lo scopo di portare in classe un ambiente di risoluzione dei problemi finalizzato alle competenze matematiche dei diversi livelli di insegnamento. L’esperienza, ancora in corso di attuazione, è basata sulla scoperta autonoma dello studente, la sua capacità di collaborare, il ruolo da assegnare agli inevitabili errori, eccetera: tutto ciò che riempie di significato la curiosità come fonte primaria di apprendimento.

Sottoposta a stimoli esterni sul nostro pensiero, l’attività matematica diventa un lavoro creativo al servizio della conoscenza e un valore in sé stessa, anche sociale. Come filosofia, come modo di percepire e interpretare la realtà. Non si basa sulla ripetizione di calcoli ma sull’osservazione di modelli, la formulazione di congetture e la logica della deduzione, secondo metodi che, in ogni tempo, i grandi scienziati hanno determinato intuitivamente prima di passare alla formalizzazione. Che metodi? Non esiste “il metodo” scientifico, se non localmente nel tempo e nello spazio. La scienza conosce una famiglia di metodi rapportati l’un l’altro che permettono di verificare, discutere e produrre ipotesi e teorie nei diversi settori dell’attività umana. Vincenzo Fano e Davide Pietrini mettono in luce questa forma di “opportunismo metodologico”, rivolto ai processi della scienza, prendendo come caso di studio le considerazioni sull’infinito e la continuità da parte di Galileo, mentre Maria Piera Manara lo illustra con le riflessioni degli scienziati milanesi sui fondamenti della matematica formulate dalla scuola di Giuseppe Peano.

Nel passare del tempo si ritrovano influenze antiche che conservano il proprio significato in criteri moderni. Non è solo storia, ma permanenza di principi. Si ritrovano anche tracce della curiosità di chi per primo le ha scoperte. Non è

questione di priorità, ma divenire delle strutture. Così, Marco Caroccia ci fa trascorrere secoli di idee, da Didone alle moderne bolle di sapone, con i problemi isoperimetrici, talvolta irrisolti e ancora suggestivi di idee e possibilità. Roberto Di Martino e Paolo Mazzuferi ci impegnano con le forme elicoidali, il loro studio e classificazione, il loro uso, in arte e nelle costruzioni pratiche. Fra l'altro, alle sculture elicoidali di Mazzuferi si devono le belle illustrazioni di tutto il numero.

E, a proposito di forme e loro organizzazione in strutture, conosciamo l'importanza di sviluppare una buona intuizione spaziale. Come si fa? Ce ne parlano due esperti di geometria, Ciro Ciliberto e Claudio Fontanari. Convinti che sia questione di allenamento, come per gli atleti, ci propongono un semplice problema di geometria sintetica. Ciò significa che gli enti geometrici vanno "visti" quasi fisicamente, e i problemi relativi risolti, con la minima struttura di calcolo. Questa struttura può intervenire in seguito, ma non ora, durante questa fase, dedicata a maturare una specifica attitudine conoscitiva. E l'intuizione spaziale permette di dare origine a strutture complesse a partire da elementi primari. A partire anche da un "semplice triangolo", dice Liliana Curcio, illustrando la valenza estetica della "cupola geodetica" dell'architetto Buckminster Fuller, una struttura resistente, leggera, facile da montare e smontare.

La struttura di calcolo, trascurata negli articoli precedenti, prende il proprio sopravvento nelle rubriche di Enrico Rogora e Camila Demattè, sull'uso delle calcolatrici a scopo didattico, di Nicola Chiriano, che presenta l'applicazione *Phet*, una raccolta di simulazioni interattive rivolte alla didattica scientifica, un vero e proprio "laboratorio virtuale" dove fare prove ed esperimenti anche di matematica. E poi la rubrica dei nuovi amici di «Lettera», i Rudi Mathematici, i quali, assisi comodamente al bar, ci mostrano che gli "inferni" della matematica si possono talvolta compensare: non sono poi così terribili come sembra. L'argomento riguarda le frazioni continue e la temibile estrazione di radice quadrata che, nel nuovo contesto, risulta perfino ragionevole.

Ma la lettura non è ancora terminata. La storia ci accoglie con gli ultimi risultati di geometria iperbolica e le sue rappresentazioni, pratiche (Poincaré) e artistiche (Escher),

raccontati da Michele Gasparini e Enrico Rogora. E con la rubrica su Cittadino e società di Roberto Lucchetti, che scomoda un premio Nobel per l'economia per insegnarci a dividere fra amici le spese del taxi, oltre all'articolo di Carbonaro sulle tanto bistrattate tasse, dove usando un po' di matematica finanziaria l'autore ci offre anche una provocazione relativa al rapporto – non sempre idilliaco – fra la teoria formale e l'applicabilità reale delle regole. E poi, da parte di Gianni Paoloni ed Enrico Rogora, con le celebrazioni relative a Paolo Ruffini nel secondo centenario della sua morte. Conservatore sì, ma anche rivoluzionario con il proprio lavoro sulle equazioni algebriche: un risultato inatteso e impreveduto, tuttavia trascurato da una prevenuta comunità scientifica. Come diceva Galileo: “Le verità scientifiche non si decidono a maggioranza”.