

nuova



let te

ra 6

mate

matica

DIECI SGUARDI
SULLA MATEMATICA
DEL NOVECENTO

- 5** **Prefazione**
- 10** **Metodo assiomatico e *computer-aided proofs***
Umberto Bottazzini
- 14** **Questioni di effettività in matematica**
Umberto Zannier
- 34** **Dal calcolo scientifico al *scientific machine learning***
Alfio Quarteroni
- 50** **Alla caccia dei punti critici: il teorema del passo di montagna e le sue applicazioni**
Susanna Terracini
- 68** **La meccanica classica e il moto di pianeti e satelliti**
Alessandra Celletti
- 82** **Modelli di evoluzione markoviani e oltre**
Laura Sacerdote, Bruno Toaldo
- 98** **Scelte sociali ben fatte**
Roberto Lucchetti
- 118** **Geometria algebrica proiettiva**
Marco Andreatta
- 136** **La congettura di Poincaré**
Carlo Mantegazza
- 154** **La logica per il matematico di oggi**
Giuseppe Rosolini, Carlo Toffalori

in
dic
e

La storia del pensiero matematico è una storia ricca di eventi strabilianti e cruciali per lo sviluppo umano. Se ben raccontata risulta avvincente e coinvolge il lettore a più livelli.

Dapprima, come tutte le storie, ci emoziona per le esperienze di vita dei suoi protagonisti, matematiche e matematici che hanno dedicato la propria esistenza a dimostrare nuovi risultati e alle loro applicazioni, spesso non sfuggendo agli impegni sociali, politici ed economici del tempo.

Poi ci cattura e culla il fantastico intreccio di idee, intuizioni, verifiche mentali, ma anche sperimentali, che una moltitudine di pensatori ha elaborato, quasi sempre in assoluta libertà e comunque senza alcun condizionamento ideologico.

Il pensiero matematico è alla base del nostro modo di porci nei confronti del mondo, non solo quello naturale, che ci ospita, ma anche quello sociale, che costruiamo assieme, e quello culturale, che ci caratterizza rispetto a tutte le altre specie.

Gran parte delle persone con un minimo di preparazione scolastica conosce questa storia nella sua parte iniziale e fin verso la fine del Settecento. Tutti sanno chi era Euclide e cosa dice il teorema di Pitagora; molti conoscono Galilei e Cartesio, e come descrivere fenomeni naturali e sociali attraverso un grafico. Buona parte si ricorda come risolvere una equazione di secondo grado e la regola di Ruffini, ed anche come fare una derivata e un integrale alla Leibniz e Newton.

Quasi nessuno conosce invece il dispiegarsi del pensiero matematico dall'Ottocento in poi. L'Ottocento è il secolo in cui nasce l'astrattismo, come necessità, sia dell'arte che del pensiero scientifico, di andare oltre la semplice descrizione del reale e di proiettare con gli occhi della mente il suo sviluppo futuro.

La matematica per questo costruisce geometrie a più dimensioni, aritmetiche con numeri complessi, spazi infinito-dimensionali per lo studio di

pre fa zi one

problemi variazionali; interpreta il reale attraverso tecniche perturbative e/o probabilistiche; si interroga sui processi logici della mente e prova a codificarli.

L'obiettivo che si pone questo numero della rivista è quello di affrontare alcuni temi fondamentali che la ricerca matematica ha elaborato dalla fine dell'Ottocento fino ai giorni nostri. Lo fa attraverso il racconto di dieci matematici italiani, protagonisti nel campo della ricerca internazionale. La loro lunga esperienza di studio, ricerca e lavoro di collaborazione, li ha portati, negli ultimi cinquant'anni, a partecipare attivamente ad alcuni passi significativi di questo processo collettivo. Sono dunque racconti osservati in prima persona, riportati con rigore e precisione matematica, con la passione di chi a queste storie ha contribuito a dar vita.

La raccolta è ben lungi dal coprire in maniera esaustiva l'enorme numero di risultati ottenuti in matematica negli ultimi cent'anni ed è facile individuare settori mancanti. Per questo ci proponiamo di trattare altri temi nei prossimi numeri della rivista.

Il primo racconto è dello storico della matematica Umberto Bottazzini, che con brevi tratti ricostruisce l'ambiente matematico dell'inizio del Novecento. Il metodo assiomatico era allora il filo rosso utilizzato per legare assieme una moltitudine di risultati molto astratti. Bottazzini si interroga su cosa possa essere oggi questo filo rosso: la collaborazione massiva o addirittura l'uso esteso del computer per la prova di risultati matematici?

Il secondo ha per sottofondo l'aritmetica, una delle quattro arti liberali del Quadrivio della scuola di Pitagora e del Medioevo. Umberto Zannier affronta la questione della effettività dei risultati matematici in questo campo, con curiose osservazioni e qualche argomento paradossalmente non effettivo.

Ampio spazio viene dato alle ricerche degli ultimi cent'anni nel campo dell'analisi matematica.

Alfio Quarteroni ci spiega come l'analisi numerica sia efficace nel trovare utili approssimazioni a problemi che non ammettono soluzioni esplicite, osservando in particolare come possa essere oggi rilevante combinare i metodi matematici con i nuovi algoritmi dell'intelligenza artificiale.

Susanna Terracini ci racconta l'importanza di formalizzare molti problemi dell'analisi con l'uso di particolari funzionali. Le soluzioni si ottengono andando a scovare i punti critici di questi funzionali, un po' come cercare funghi attorno a un passo di montagna.

Il contributo di Alessandra Celletti riguarda ancora una delle arti liberali, l'astronomia. In particolare Celletti si sofferma sulla matematica che studia il movimento dei corpi celesti e programma le missioni spaziali. Concetti molto sofisticati come quelli di perturbazione o stabilità di un problema possono oggi essere usati per risolvere importanti questioni ambientali nello spazio, tra cui la raccolta dei detriti.

Grandi connessioni con l'analisi ha il calcolo delle probabilità. Laura Sacerdote e Bruno Toaldo ci parlano di modelli di evoluzione markoviani; partendo dalla formalizzazione matematica del fenomeno del moto browniano, fatta cento anni fa da Wiener, ci mostrano alcune delle sue implicazioni sia in campo modellistico sia teorico. In particolare, si soffermano sul ruolo avuto nello sviluppo della teoria dei processi di Markov e delle equazioni differenziali stocastiche. Sebbene i modelli markoviani siano un potente strumento di modellizzazione di molte situazioni, in altre l'ipotesi è troppo restrittiva; il paragrafo finale del loro contributo getta uno sguardo su questi modelli più generali.

Il contributo successivo presenta un aspetto che non ha radici classiche; si parla della matematica per le scienze sociali: Roberto Lucchetti ci porta a dare uno sguardo alle tematiche relative alle persone e alle loro relazioni, un settore di indagine studiato dalla notte dei tempi ma che solo nel ventesimo secolo ha visto la matematica diventare strumento di analisi sempre più sofisticato. Ci parla così di metodi efficaci

di abbinamento, da utilizzare per esempio per assegnare gli studenti ai corsi di studio, gli interni agli ospedali, i pazienti ai donatori di reni. Poi dà anche un'occhiata al problema della corretta rappresentanza attraverso il voto, un rebus sul quale l'approccio matematico sofisticato può portare qualche contributo.

La terza arte liberale che viene trattata in due contributi è la geometria (saltiamo quindi solo la musica, con la promessa di considerarla, da un punto di vista matematico, in un numero futuro della rivista). Il programma generale di ogni scuola di geometria, da Euclide in poi, è quello di arrivare a una classificazione completa degli oggetti di uno spazio opportunamente scelto. Euclide lavorava nel piano (detto appunto euclideo) e nello spazio ordinario, la matematica della fine dell'Ottocento ha aperto le porte agli spazi a più dimensioni. Marco Andreatta racconta della grande impresa condotta per oltre cent'anni da un nutrito gruppo di matematici che ha come obiettivo, non ancora raggiunto, una classificazione completa delle varietà algebriche. Carlo Mantegazza presenta invece uno dei problemi più affascinanti della geometria del secolo scorso, che riguarda la caratterizzazione (topologica) dell'oggetto geometrico più perfetto: la sfera (n -dimensionale). Il problema fu posto da Poincaré, che dichiarò di saperlo risolvere ma di non avere il tempo per farlo (!). Lo ha davvero risolto un fantasioso ed estroverso matematico russo, Grigorij Perel'mann, e Mantegazza ci racconta come.

Conclude il nostro excursus sulla matematica del Novecento il contributo di Giuseppe Rosolini e Carlo Toffalori sulla logica matematica. Ci raccontano in particolare come nel diciannovesimo secolo idee e metodi di matematica, segnatamente di aritmetica e algebra, intervengono a sussidio della logica, mentre nel ventesimo secolo questo processo si inverte: è la logica che diventa strumento fondamentale del pensiero matematico. Parlando di logica del Novecento, non sorprende che ci parlino di Hilbert, Gödel e Turing, ma poi ci mostrano anche come l'avvento di nuovi strumenti statistici e informatici influisca profondamente sullo studio di nuove logiche volte ad adeguarsi ai contesti probabilistici.

Concludiamo osservando che a corredo di questo numero proponiamo a pagina intera alcune foto di capolavori del Novecento ospitati nel museo MART di Rovereto. Ringraziamo il direttore dott. Diego Ferretti e le dott.sse Serena Aldi e Francesca Velardita, per i consigli che ci hanno dato e per aver messo a disposizione le foto con squisita gentilezza.

Marco Andreatta
Roberto Lucchetti